



Exkurs zur Verzinsung des Kapitaleinsatzes

Oder: Warum und wie sollen sich Investitionen lohnen?

Was Sie in diesem Dokument erfahren

Worum es hier geht?	2
Einige Grundsätze	2
Verzinsung des Kapitals	2
Zins und Zinseszins	2
Finanzmathematische Faktoren	3
Aufzinsen oder abzinsen?	4
Die Kapitalwertmethode	4
Abzinsen	5
Was sagt der Kapitalwert noch aus?	5



Worum es hier geht?

Der Einsatz von Kapital für Investitionen soll sich für den Investor lohnen. Dieser Lohn entsteht durch die Verzinsung des bereitgestellten bzw. eingesetzten Kapitals.

Damit man nicht jedes Mal mühsam die richtige Verzinsung ausrechnen muss, sind dafür die „Finanzmathematischen Tabellen“ entwickelt worden. Dort kann man dann genau nachsehen, mit welchem Faktor der Kapitaleinsatz zu multiplizieren ist.

Aber: wann muss man aufzinsen und wann muss man abzinsen?

Darum geht es in diesem Dokument.

Einige Grundsätze

Verzinsung des Kapitals

Wenn beispielsweise eine Bank einem Unternehmer Geld leiht, also einen Kredit zur Verfügung stellt, möchte die Bank zwei Dinge sicherstellen:

1. Die Bank muss ihr Geld wieder zurück erhalten. Der ausgeliehene Kreditbetrag muss also vereinbarungsgemäß zurück bezahlt werden. Das steht übrigens im BGB, und zwar in §§ 488 ff.
2. Die Bank muss schließlich auch Gewinn machen, also einen Lohn für die Bereitstellung des ausgeliehenen Kapitals erhalten. Deshalb berechnet sie Zinsen, z.B. 7% oder 8% pro Jahr. Auch das kann im § 488 BGB nachgelesen werden. Die Zinshöhe ist allerdings Verhandlungssache.

Wenn ein Unternehmer Kapital für Investitionen einsetzt, geht er im Prinzip ebenso vor:

1. Das eingesetzte Kapital muss Rückflüsse erwirtschaften, der Unternehmer möchte also die eingesetzte Kohle nicht versammeln, sondern irgendwann mal wieder zurück haben und
2. Der Unternehmer muss Gewinn machen. Das ist auch in vielen Stellen des Handels- und Steuerrechts verankert. Sehen Sie mal nach.

Auch Investoren, also Personen und/oder Firmen, die Kapital gewinnbringend anlegen wollen, gehen so vor:

1. Rückfluss des Kapitaleinsatzes zu einer bestimmten, vereinbarten Zeit und
2. Erzielung eines Gewinns für den Kapitaleinsatz durch Zins und Zinseszins.

Zins und Zinseszins

Wenn ein Unternehmer bzw. Investor das eingesetzte Kapital über längere Zeiträume investiert, kommen regelmäßig neue Zinsen hinzu, die wiederum an der Verzinsung teilnehmen. Dies ist der Zinseszins und dieser sorgt für ein exponentielles Wachstum des Kapitaleinsatzes.

Beispiel: ein Investor setzt 100.000 € zu einem Zinssatz von 8% pro Jahr ein. Die Zinsen werden in diesem Fall jeweils am Jahresende, also nachschüssig gutgeschrieben:

Nach dem ersten Jahr hat er	$100.000 \text{ €} + 8\% = 100.000 \text{ €} \cdot 1,08 = 108.000,00 \text{ €}$
Nach dem zweiten Jahr hat er	$108.000 \text{ €} + 8\% = 108.000 \text{ €} \cdot 1,08 = 116.640,00 \text{ €}$
Nach dem dritten Jahr hat er	$116.640 \text{ €} + 8\% = 116.640 \text{ €} \cdot 1,08 = 125.971,20 \text{ €}$
Nach dem vierten Jahr hat er	$125.971,20 \text{ €} + 8\% = 125.971,20 \text{ €} \cdot 1,08 = 136.048,89 \text{ €}$

...und so weiter



Wie man sehen kann, erhöht sich der Endbetrag nicht linear, sondern er steigt in ständig wachsenden Stufen an. Das nennt man exponentielles Wachstum.

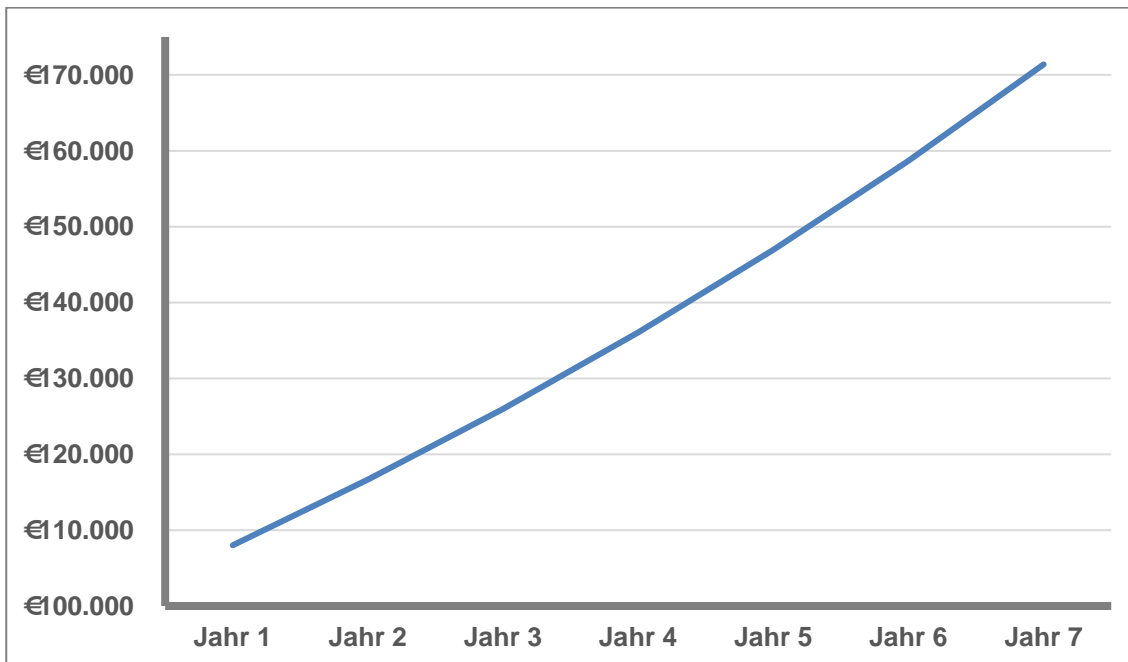
Finanzmathematische Faktoren

Die Rechnung oben ist, zugegeben, ein wenig umständlich, weil man zu viele Zwischenschritte berechnen muss. Deshalb hat man für längere Perioden die „Finanzmathematischen Faktoren“ entwickelt. Da kann man dann schnell nachsehen, wie sich das eingesetzte Kapital nach 3 oder 5 oder 8 oder 15 Jahren erhöht. Vergleichen wir die Tabelle mit der Berechnung oben:

Zeitraum n	Aufzinsungsfaktor bei 8%	Erreichter Betrag €
Jahr 1	1,080000	108.000,00 €
Jahr 2	1,166400	116.640,00 €
Jahr 3	1,259712	125.971,20 €
Jahr 4	1,360489	136.048,90 €
Jahr 5	1,469328	146.932,80 €
Jahr 6	1,586874	158.687,40 €
Jahr 7	1,713824	171.382,40 €
... usw.		

Es treten dabei natürlich kleine Rundungsdifferenzen auf, weil die Faktoren auf 6 Nachkommastellen begrenzt sind. Das ist allgemeine Übereinkunft in der Fachwelt.

In der grafischen Darstellung kann man sehen, dass die Linie nicht gerade, also linear verläuft, sondern von Jahr zu Jahr stärker ansteigt.





Aufzinsen oder abzinsen?

Dabei gelten folgende Grundsätze:

1. Werden Beträge ermittelt, die in der Zukunft liegen, dann müssen wir aufzinsen. Das ist insofern klar, weil das Geld ja durch die Verzinsung an Wert gewinnt. Wir lesen die Werte also aus dem Tabellenteil $AuF^1 (1+i)^n$ oder q^n ab.
2. Wird von Beträgen, die in der Zukunft liegen, auf die Gegenwart zurück gerechnet, dann müssen wir abzinsen. Das ist ebenfalls klar, weil das Geld heute eben noch nicht den Wert hat, der in der Zukunft durch die Verzinsung eintritt. Wir lesen die Werte also aus dem Tabellenteil $AbF^2 (1+i)^{-n}$ oder q^{-n} ab. Der Abzinsungsfaktor ist der Kehrwert (Reziprokwert) des Aufzinsungsfaktors.

Beispiel dazu:

Bei 8% beträgt der AuF für 1 Jahr $(1+i)^n = q^n = 1,080000$

Der AbF wird so berechnet: $(1+i)^{-n} = \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{1}{q^n} = \frac{1}{1,080000} = 0,925926$

So kann auch aus der Tabelle abgelesen werden.

q^n bedeutet natürlich, dass die Faktoren der jeweiligen Jahre potenziert werden.

Beispiel für das 2. Jahr, also $n = 2$:

$$(1+i)^2 = q^2 = 1,080000^2 = 1,166400$$

Die Kapitalwertmethode

Warum zinsen wir die Überschüsse bei der Berechnung der Kapitalwertmethode ab?

Bei der Kapitalwertmethode müssen wir folgende Variablen berücksichtigen:

- Die jährlichen Überschüsse, die entweder jedes Jahr gleich oder unterschiedlich ausfallen können.
- Den möglichen Liquidationserlös (Restwert, Resterlös), der am Ende der Investitionszeit anfallen können.
- Die Anschaffungsauszahlung, also der eigentliche Investitionsbetrag, der zu Beginn der Investitionszeit anfällt.

In strenger, mathematischer Form sieht die Formel dann so aus:

$$C_0 = -A_0 + \sum_{t=1}^n \left[(e_t - a_t) \cdot \frac{1}{(1+i)^t} \right] + R_n \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

A_0 = Anfangsauszahlung in t_0

e_t = Einzahlungen in Periode t

a_t = Auszahlungen in Periode t

i = Kalkulationszinssatz

n = Anzahl der Jahre

R_n = Restwert/Liquidationserlös in $t = n$

¹ AuF: Aufzinsungsfaktor

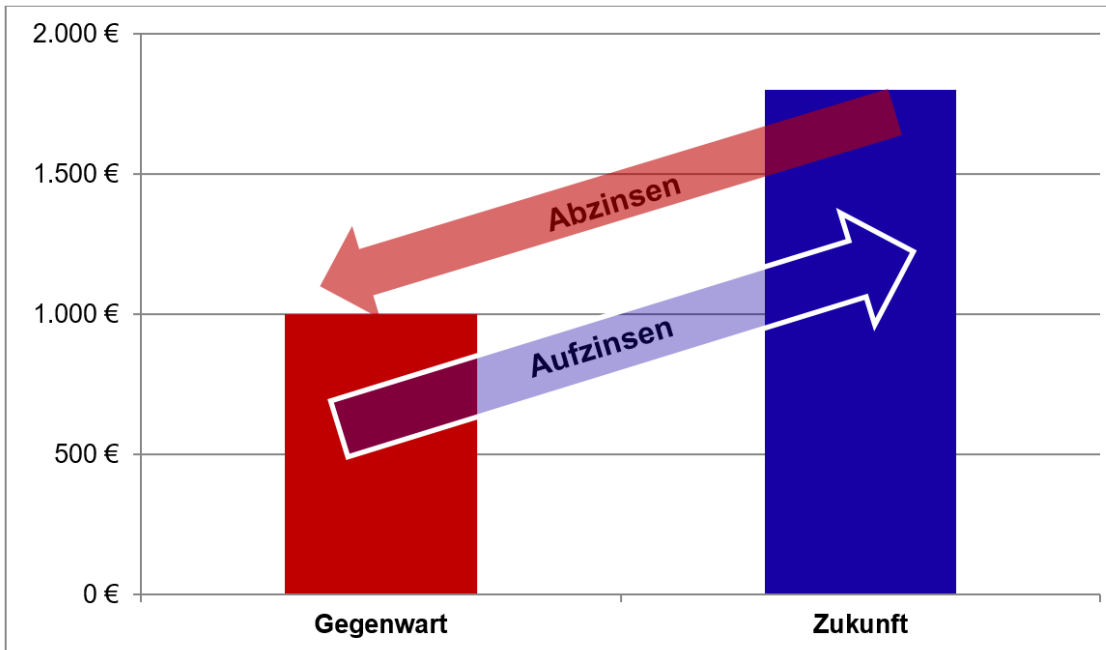
² AbF: Abzinsungsfaktor



Abzinsen

Bei der Kapitalwertmethode werden also Überschüsse (Einzahlungen e – Auszahlungen a) und der Liquidationserlös (R oder L) abgezinst.

Erinnern Sie sich an die Grafik im Skript Lektion 4, Abschnitt 3, Seite 2? Hier ist sie:



Es ist unser Auftrag, den Gegenwartswert, auch Barwert genannt, einer Investition zu ermitteln. Dies ist der Kapitalwert C_0 . Er entspricht der roten Säule in der Grafik.

Dabei ist zu bedenken:

- Alle Überschüsse treten in der Zukunft ein, also nach dem ersten Jahr, dem zweiten Jahr, dem dritten Jahr usw.
- Der Liquidationserlös tritt erst am Ende des letzten Jahres ein, ist also auch der Höhe nach ebenfalls ein Zukunftswert.

Wir rechnen mit der Kapitalwertmethode alle Zukunftswerte (Überschüsse + Liquidationserlös) auf die Gegenwart zurück, also müssen wir abzinsen.

Was sagt der Kapitalwert noch aus?

Durch die Rückrechnung durch Abzinsung sagt der Kapitalwert dem Investor, wie hoch seine Investition ausfallen soll/darf, damit er die eingangs genannten Ziele erreicht. Er will ja nicht nur den investierten Betrag zurück, sondern auch daran verdienen, also Zinsen einnehmen.

Es muss also mehr herauskommen, als eingesetzt wird. Oder anders gesagt: Er möchte weniger einsetzen, als er hinten, alles in allem, wieder herausbekommt.

Die Überschüsse und der Liquidationserlös werden im Lauf der Zeit die gewünschten Zinsen hinzuverdienen. Dieses Zinswachstum muss aber bei der Anfangsinvestition A_0 (oder a_0) noch nicht aufgewandt werden. Sie werden durch den Kapitaleinsatz hinzuverdient.

Deshalb wird ja rechnerisch angestrebt, dass $C_0 = 0$ ergibt.



Auch dazu ein Beispiel:

Für ein Projekt soll Kapital für 5 Jahre investiert werden. Die Verzinsung soll 6% betragen. Folgende Überschüsse werden erwartet:

1. Jahr	100.000 €
2. Jahr	120.000 €
3. Jahr	150.000 €
4. Jahr	170.000 €
5. Jahr	180.000 €
Summe	720.000 €

Soll der Investor jetzt 720.000 € als Investitionsbetrag einsetzen?

Das wäre ein Fehler. Er erhielte zwar sein Geld zurück, aber er verdient doch nichts? Wo ist der Lohn für seinen Kapitaleinsatz?

Soll er den Betrag aufzinsen? Das wäre ebenfalls ein Fehler, denn der Investitionsbetrag würde sich nochmals kräftig erhöhen, ohne dass das eingesetzte Geld wieder in voller Höhe zurück käme.

Also zinsen wir ab. Denn: wir müssen heute ja nur soviel einsetzen, wie die jeweiligen Überschüsse heute auch an Wert aufweisen. Und dieser Wert ist heute geringer, als in 1, 2, 3, 4 oder 5 Jahren, weil ja noch die Zinsen (hier 6%) dazu kommen.

Also rechnen wir – bitte rechnen Sie nach!

Jahr	Überschuss €	AbF 8%	Abgezinster Barwert €	Differenz zum Überschuss €
1. Jahr	100.000 €	0,943396	94.339,60 €	5.660,40 €
2. Jahr	120.000 €	0,889996	106.799,52 €	13.200,48 €
3. Jahr	150.000 €	0,839619	125.942,85 €	24.057,15 €
4. Jahr	170.000 €	0,792094	134.655,98 €	35.344,02 €
5. Jahr	180.000 €	0,747258	134.506,44 €	45.493,56 €
Summe	720.000 €		596.244,39 €	123.755,61 €

Der Investor setzt ein (a_0): 596.244,39 €
 An Zinsen erhält er: 123.755,61 €
 Insgesamt fließen ihm zu: 720.000,00 €

Der Vorteil dabei: er kann über die Überschussbeträge bereits dann verfügen, wenn diese anfallen und sie evtl. für neue Investitionen einsetzen!

Diese Differenzbeträge, die durch die Abzinsung entstehen, muss der Investor nicht vorab bereitstellen, sondern erhält sie durch die Verzinsung hinzu.

Wenn also der Investitionsbetrag A_0 (a_0) auf 596.244 € lautet (lassen wir die Centbeträge mal weg), dann ist der Kapitalwert $C_0 = 0$.

Dann gilt: Die Investition hat sich mit genau dem vorgegebenen Kalkulationszins verzinst. Der Investor erhält sein eingesetztes Kapital zurück und erhält auch in Höhe des angesetzten Zinsfußes eine Verzinsung der jeweils investierten Beträge (Siehe auch Skript Lektion 4, Abschnitt 3, Seite 16).